

Équations et inéquations

Plan du chapitre

I Équations.....	2
A - Généralités	2
B - Équations produit nul	4
C - Équations quotient	5
II Inéquations	7
A - Généralités	7
B - Tableau de signes d'une expression	9
C - Inéquations produit / quotient	9
III Exercices	12
A - Équations	12
B - Inéquations	13
C - Tableaux de signes	14
D - Inéquations et tableaux de signes	15
E - Problèmes	15

Introduction

Dans ce chapitre, nous apprendrons à résoudre différents types d'équations et d'inéquations en utilisant des méthodes simples et rigoureuses. Nous verrons aussi comment utiliser les tableaux de signes pour étudier des expressions et en déduire des solutions.

Partie I Équations

A - Généralités

Définition 1 : Résoudre une équation

Résoudre une équation d'inconnue x , c'est **déterminer toutes les valeurs de x** pour lesquelles **l'égalité est vraie**. L'ensemble de ces valeurs constituent l'**ensemble des solutions** de l'équation.

Exemple :

En clair, pour résoudre l'équation $x + 1 = 2$ il ne suffit pas d'affirmer que 1 est solution de cette équation (en effet, on a bien : $1 + 1 = 2$), il faut également justifier que tous les autres nombres réels ne sont pas solutions de notre équation.

Pour cela on va chercher à ce ramener à des équations qu'on nommera **triviales**, par exemple : $x = 1$ en est une. Ici il est évident que seul 1 est solution de notre équation.

Voyons comment passer de notre équation $x + 1 = 2$ à une équation triviale.

Définition 2 : Équations équivalentes

Deux équations sont **équivalentes** si **elles ont même ensemble des solutions**.

Exemple :

Nous venons de voir que l'ensemble des solutions de l'équation $x + 1 = 2$ est $S = \{1\}$, on montre sans difficulté que l'ensemble des solutions de l'équation $x = 1$ est $S' = \{1\}$. Ainsi comme $S = S'$, on peut dire que les équations $x + 1 = 2$ et $x = 1$ sont équivalentes, on notera :

$$x + 1 = 2 \Leftrightarrow x = 1$$

Propriété 1 : Obtention d'équation équivalente

- On obtient une équation équivalente lorsqu'on **ajoute ou soustrait un même nombre** aux deux membres d'une équation ;
- On obtient une équation équivalente lorsqu'on **multiplie ou divise par un même nombre non nul** les deux membres d'une équation.

Exemple :

Pour résoudre $3x + 7 = 21$:

$$3x + 7 = 21 \Leftrightarrow 3x = 21 - 7$$

$$\Leftrightarrow 3x = 14$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{14}{3}$$

Cette succession d'équivalences nous permet d'assurer que l'ensemble des solutions de l'équation : $3x +$

$7 = 21$ est le même que l'ensemble des solutions de l'équation : $x = \frac{14}{3}$.

Cette dernière est une équation **triviale (évidente)** à partir de laquelle on peut immédiatement conclure que l'ensemble des solutions est : $S = \left\{ \frac{14}{3} \right\}$.

Ainsi l'ensemble des solutions de notre équation $3x + 7 = 21$ est : $S = \left\{ \frac{14}{3} \right\}$.

À retenir : La méthode sera toujours d'utiliser les propriétés pour conserver des équations équivalentes afin d'obtenir une équation dite triviale, c'est-à-dire de la forme : $x = \dots$ (et rien d'autre). Ces équations (et uniquement elles) nous permettent de conclure directement sur l'ensemble des solutions de notre équation souhaitée.

À savoir faire 1 : Résoudre une équation de degré 1

Résoudre les équations suivantes :

1. $2x - 5 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

2. $-4x + 3 = 11$

.....

.....

.....

.....

.....

3. $-3x - 1 = 7x + 20$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. $\frac{5x+2}{8} = x - 2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B - Équations produit nul

Théorème 1 : Produit nul

Un produit est nul si, et seulement si, **l'un des facteurs est nul**, c'est-à-dire :

$$AB = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ ou } B = 0$$

Exemple :

- Résoudre $(x - 15)(2x + 5) = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- Résoudre $4x^2 + 12x + 9 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

i Information : Ordre supérieur

Le théorème précédent nous ouvre les portes de certaines équations d'ordre supérieur à 1. En effet à l'aide de la factorisation on peut se ramener à un produit d'expression d'ordre un, ensuite par le théorème nous n'avons plus qu'à résoudre des équations d'ordre 1.

✂ À savoir faire 2 : Résoudre des équations d'ordre supérieur à 1

Résoudre les équations suivantes :

1. $x^2 - 8x + 16 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

2. $4x^2 + 49 = 28x$

3. $9x^2 - 81 = 0$

💡 **À retenir :** Lorsque vous avez une équation d'un degré supérieur à 1, il faut tout faire pour se ramener à une équation produit nul :

- Obtenir **le second membre de l'équation égal à 0**
On a alors : **ÉQUATION** produit **NULLE** ;
- Gagnons le produit en **factorisant** ! On va chercher à **factoriser le membre de gauche (non nul)** pour finalement obtenir une **équation produit nulle**.

C - Équations quotient

Certaines équations nécessitent des contraintes sur les variables.

Par exemple, si on cherche une longueur, la solution ne peut être que **positive ou nulle**.

De la même manière certaines opérations ne sont pas définies pour toutes les valeurs réelles.

Théorème 2 : Équation quotient

La division par zéro n'étant pas définie ;

Le réel x_0 est solution de l'équation :

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = T(x)$$

si, et seulement si, $Q(x_0) \neq 0$ et $P(x_0) = Q(x_0)T(x_0)$

Exemple :

Montrer que $5 - \sqrt{6}$ est solution de l'équation : $\frac{x-1}{x-3} = x - 6$

.....

.....

.....

.....

.....

Corollaire 1 :

Une fraction $\frac{A}{B}$ est égale à un réel k si, et seulement si, $B \neq 0$ et $A = kB$. C'est-à-dire :

$$\frac{A}{B} = k \Leftrightarrow B \neq 0 \text{ et } A = kB$$

⚡ À retenir : Dans une équation quotient la première chose à faire c'est de vérifier que cette équation a un sens, c'est-à-dire **déterminer pour quelles valeurs le dénominateur est non nul**. Puis on vérifie que le numérateur est le produit du dénominateur par le membre de droite.

Exemple :

Montrer que $\frac{7}{2}$ est solution de l'équation $\frac{x-1}{x-3} = 5$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

✂ À savoir faire 3 : Résoudre des équations quotient

Résoudre les équations suivantes :

1. $\frac{2x-5}{3x+7} = 4$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. $\frac{2x-5}{3x+7} = x + 3$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. $\frac{24}{x^2+9} = 4$

Partie II Inéquations

A - Généralités

Définition 3 : Résoudre une inéquation

Résoudre une inéquation d'inconnue x , c'est **déterminer toutes les valeurs de x** pour lesquelles **l'inégalité est vraie**. L'ensemble de ces valeurs constituent l'**ensemble des solutions** de l'inéquation.

Exemple :

De la même façon que pour les équations, pour résoudre l'inéquation $x+1 > 2$ il ne suffit pas d'affirmer que $]1, +\infty[$ comme solution. Il faut également justifier que tous les autres nombres réels ne sont pas solutions de notre inéquation.

Pour cela on va chercher à ce ramener à des inéquations qu'on nommera **triviales**, par exemple : $x > 1$ en est une. Ici il est évident que seul $]1, +\infty[$ est solution de notre inéquation.

Voyons comment passer de notre inéquation $x+1 > 2$ à une inéquation triviale.

Définition 4 : Inéquations équivalentes

Deux inéquations sont **équivalentes** si **elles ont même ensemble des solutions**.

Exemple :

Nous venons de voir que l'ensemble des solutions de l'inéquation $x+1 > 2$ est $S =]1, +\infty[$, de même on montre sans difficulté que l'ensemble des solutions de l'inéquation $x > 1$ est $S' =]1, +\infty[$.

Ainsi comme $S = S'$, on peut dire que les inéquations $x+1 > 2$ et $x > 1$ sont équivalentes, on notera :

$$x+1 > 2 \Leftrightarrow x > 1$$

Propriété 2 : Obtention d'inéquation équivalente

- On obtient une inéquation équivalente lorsqu'on **ajoute ou soustrait un même nombre** aux deux membres d'une inéquation.
- On obtient une inéquation équivalente lorsqu'on **multiplie ou divise par un même nombre strictement positif** les deux membres d'une inéquations.

- On obtient une inéquation équivalente lorsqu'on **multiplie ou divise** les deux membres d'une inéquation par un même nombre strictement négatif et que l'on **change le sens** de l'inégalité. En d'autres termes, pour $k < 0$:

$$P(x) > Q(x) \Leftrightarrow kP(x) < kQ(x)$$

Exemple :

Pour résoudre l'inéquation $3x + 7 > 21$:

$$3x + 7 > 21 \Leftrightarrow 3x > 21 - 7$$

$$\Leftrightarrow 3x > 14$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{14}{3} \quad \text{car } 3 > 0$$

Cette succession d'équivalence nous permet d'assurer que l'ensemble des solutions de notre inéquation est le même que celui de l'inéquation : $x > \frac{14}{3}$. Cette dernière est une inéquation **triviale** à partir de laquelle on peut immédiatement conclure que l'ensemble des solutions est :

$$S = \left] \frac{14}{3}, +\infty \right[$$

Ainsi l'ensemble des solutions de notre inéquation de départ est :

$$S = \left] \frac{14}{3}, +\infty \right[$$

À retenir : La méthode pour résoudre une inéquation est la même que pour une équation, on utilise les différentes propriétés pour obtenir des inéquations équivalentes et aboutir à une inéquation triviale.

✂ À savoir faire 4 : Résoudre une inéquation de degré 1

Résoudre les équations suivantes :

1. $3x - 1 > 0$

.....

.....

.....

.....

.....

2. $-2x + 8 \leq 1$

.....

.....

.....

.....

.....

3. $-5x - 3 \geq 9x + 13$

.....

.....

.....

4. $\frac{2-x}{4} < x+5$

B - Tableau de signes d'une expression

On considère deux réels a et b tels que $a < b$ et une expression $A(x)$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{b\}$ telle que :

$$A(x) > 0 \text{ pour tout } x < a \text{ et } A(x) < 0 \text{ pour tout } x > a \text{ et } A(a) = 0.$$

On centralise toutes ces informations dans le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	a	b	$+\infty$
Signe de $A(x)$	+	0	-	-

i Information : Conventions

- Quand l'expression est strictement positive (respectivement négative) sur un intervalle de réels, on met le signe **+** (respectivement **-**) dans la zone à la verticale de l'intervalle.
- Quand l'expression s'annule pour un nombre réel a , on met un **0** à la verticale de a .
- Quand l'expression n'est pas définie en une valeur b (par exemple $\frac{1}{x}$ n'est pas définie en $x = 0$) on trace une **double barre** à la verticale de la valeur b . On dit que b est une valeur **interdite** pour $A(x)$.

Le tableau de signes est d'une grande d'aide pour résoudre une inéquation car nous avons dans un chapitre précédent que $a \geq b \Leftrightarrow a - b \geq 0$. Ainsi pour résoudre une inéquation il sera très souvent utile d'étudier le signe d'une expression.

C - Inéquations produit / quotient

Théorème 3 : Règle des signe

- Le **produit** de deux facteurs (ou **quotient** de deux termes) non nuls est **positif** si, et seulement si, **les deux facteurs (ou termes) sont de même signe**.
- Le **produit** de deux facteurs (ou **quotient** de deux termes) non nuls est **négatif** si, et seulement si, **les deux facteurs (ou termes) sont de signe contraire**.

Exemple :

1. Étudier le signe de $A(x) = -2(-2x + 3)(2x - 7)$ sur $\mathbb{R}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

x	$-\infty$		$+\infty$
Signe de $-2x + 3$			
Signe de $2x - 7$			
Signe de -2			
Signe de $A(x)$			

2. Résoudre l'inéquation : $-2(-2x + 3)(2x - 7) \geq 0$

.....

.....

.....

.....

3. Résoudre l'inéquation : $-2(-2x + 3)(2x - 7) < 0$

.....

.....

.....

✂ À savoir faire 5 : Résoudre une inéquation produit/ quotient

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $\frac{2x+3}{-3-5x} \leq 0$

.....

.....

.....

2. $3x^2 < 12$

Partie III Exercices

A - Équations

★★★☆☆ EXERCICE 1 (Équations équivalentes?) ⌚

Dans chaque cas, dites si les équations (E) et (E') sont équivalentes ou pas.

1. $(E) : 2x + 3 = -6$ et $(E') : 4x + 6 = -12$

4. $(E) : 7x - 14 = 2$ et $(E') : x - 2 = 2$

2. $(E) : 2x - 5 = 0$ et $(E') : 10 - 4x = 0$

5. $(E) : x + 4 + 3x = 18$ et $(E') : x + 1 = 9$

3. $(E) : 3x + 18 = 25$ et $(E') : 7 = 3x$

6. $(E) : 2x + 9 + 2x = 4x - 25$ et $(E') : 4x + 9 = -25$

★★★☆☆ EXERCICE 2 (Premier degré) ⌚

Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{N}$ les équations suivantes :

1. $\frac{x-1}{7} = x-1$

3. $3x + 6 = x + 6$

5. $x = \frac{x}{2} + 8$

2. $2x + 4 = 5x - 7$

4. $\frac{x+3}{4} = \frac{5-2x}{3}$

6. $x = \frac{x+8}{2}$

★★★☆☆ EXERCICE 3 (Équation produit nul) ⌚

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$:

1. $(x-1)(2x+3) = 0$

6. $25x^2 + 30x + 9 = 0$

2. $(6x+3)(7x-2) = 7x-2$

7. $16x^2 + 1 = 8x$

3. $2(5x-1)(x+2) = (5x-1)(3-x)$

8. $x^2 - 49 = 0$

4. $x^2 - 14x + 49 = 0$

9. $4x^2 = 16$

5. $4x^2 - 4x + 1 = 0$

★★★☆☆ EXERCICE 4 (Factorisation) ⌚

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$

1. $(2x-3)(5x+7) + (x+5)(2x-3) = 0$

4. $(4x-8)(5x-1) = (x-2)(6x+3)$

2. $(6x+7)(2x+3) + (6x+7)(2x-3) = 0$

5. $x^3 + 2x^2 = 4x^2(x+1)$

3. $2x^2 + 5x + 8 = 8$

6. $\frac{(4x-5)(3x+2)}{7} = (4x-5)(3x+2)$

★★★☆☆ EXERCICE 5 (Choix de l'expression) ⌚

On considère l'expression $Q(x) = x^4 + 6x^2 - 40$

1. Vérifier que : $Q(x) = (x^2 - 4)(x^2 + 10)$

2. Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$:

(a) $Q(x) = 0$

(b) $Q(x) + 40 = 0$

(c) $Q(x) + 65 = (x+5)^2 - 10x$

★★★☆☆ EXERCICE 6 (Équation quotient) ⌚

Résoudre les équations suivantes :

1. $\frac{4x-6}{x-2} = 0$
2. $\frac{4x^2+4x+1}{x+2} = 0$
3. $\frac{(5+x)(8+2x)}{2x-1} = 0$
4. $\frac{9x^2-121}{9x^2+121} = 0$
5. $\frac{4x-6}{x-2} = 4x-6$
6. $\frac{6x-2}{x+2} = 3x-1$
7. $\frac{3}{x+5} = \frac{5}{x+3}$
8. $\frac{4}{x-6} = \frac{7}{x-1}$
9. $\frac{8}{x^2-1} = \frac{7}{x-1}$

★★★★★ EXERCICE 7 (Modélisation d'un problème) (⌚)

Soit ABC un triangle dont les longueurs sont : $AB = 3$, $BC = 5$ et $AC = 4$.

On considère un point M du segment $[AB]$ vérifiant $MB = x$.

La perpendiculaire à (BC) passant par M coupe $[BC]$ en N .

La parallèle à (BC) passant par M coupe $[AC]$ en P .

Le point O est le point de $[BC]$ tel que $MNOP$ soit un rectangle.

1. Justifier que $x \in [0, 3]$.
 2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle et calculer son aire.
 3. Exprimer la longueur MP en fonction de x .
 4. Montrer que la longueur MN , en fonction de x , est $\frac{4x}{5}$.
- Penser à la trigonométrie dans un triangle rectangle, établir : $\frac{MN}{MB} = \frac{CA}{CB}$
5. En déduire l'expression de l'aire de $MNOP$ en fonction de x .
 6. On veut savoir si l'aire du rectangle peut faire exactement la moitié de l'aire du triangle.
Modéliser ce problème sous la forme d'une équation vérifiée par x dans un tel cas.
 7. Résoudre alors cette équation et conclure dans le contexte de l'exercice.

B - Inéquations

★★☆☆☆ EXERCICE 8 (Solutions ?) (⌚)

Parmi les inéquations suivantes, lesquelles admettent 9 une solution :

1. $-3x+2 \geq 0$
2. $\frac{x+1}{4} \geq -3 \times \frac{x-2}{3}$
3. $5(x-9) > 0$
4. $2 > x$

★★☆☆☆ EXERCICE 9 (Résolution) (⌚)

1. $-3x+7 \leq x+2$
2. $-6x+1 > 0$
3. $-3x+7 \leq x+2$
4. $-\frac{x}{4} < 5$
5. $-3(x+5) < x+5$
6. $-3x+7 \leq 9-x$
7. $\frac{x-1}{6} + \frac{x+1}{3} < 2$
8. $x + \frac{x}{2} - \frac{x}{6} \leq \frac{x+1}{3} + \frac{2x-3}{6}$

C - Tableaux de signes

★★★☆☆ EXERCICE 10 (Tableau de signes # 1) (1)

Dresser le tableau de signes des expressions algébriques suivantes :

1. $(x+1)(x-2)$

2. $-(2x+4)(x-2)$

3. $(x+1)^2$

★★★☆☆ EXERCICE 11 (Tableau de signes # 2) (1)

Compléter les tableaux de signes ci-dessous

x	$-\infty$	$+\infty$
$2x+1$		
$3+x$		
$(2x+1)(3+x)$		

x	$-\infty$	$+\infty$
$2-x$		
$4x-3$		
$(2-x)(4x-3)$		

x	$-\infty$	$+\infty$
$2+x$		
$2-x$		
$\frac{2+x}{2-x}$		

x	$-\infty$	$+\infty$
$4x+1$		
$x-1$		
x		
$\frac{(4x+1)(x-1)}{x}$		

x	$-\infty$	$+\infty$
$1-x$		
$2x+1$		
$(1-x)(2x+1)$		

x	$-\infty$	$+\infty$
$x-3$		
$4-2x$		
$(x-3)(4-2x)$		

x	$-\infty$	$+\infty$
$x-1$		
$-2x-8$		
$\frac{x+5}{-2x-8}$		

x	$-\infty$	$+\infty$
$4-x$		
$x-1$		
$-x-1$		
$\frac{(4-x)(x-1)}{-x-1}$		

D - Inéquations et tableaux de signes

★★★★☆ EXERCICE 12 (À l'aide d'un tableau de signes) (1)

Résoudre les inéquations suivantes :

- | | | |
|---------------------|-------------------------------|-----------------------------------|
| 1. $(x+1)^2 > 0$ | 5. $x^2 - 4 < (x+2)^2$ | 9. $(x+1)(1-x) > (2x-1)(x+1)$ |
| 2. $(x+1)^2 \geq 0$ | 6. $(x+1)^2 - (x-1)^2 \geq 0$ | 10. $x^3 - x \leq 0$ |
| 3. $(x+1)^2 < 0$ | 7. $(x+4)(1-2x) \geq 0$ | 11. $(x+1)^2 - (x+1)(2-x) \geq 0$ |
| 4. $x^2 + 1 \leq 0$ | 8. $\frac{x^2-1}{x+2} < 0$ | 12. $\frac{x+1}{x-1} < -1$ |

★★★★☆ EXERCICE 13 (Inéquation quotient) (1)

- Résoudre l'inéquation : $(2x-1)(3-x) \geq (2x-1)(5x+1)$
- (a) Montrer que : $\frac{3x-6}{2x+3} - \frac{4-7x}{2x-2} = \frac{5x(4x-1)}{(2x-2)(2x+3)}$
 (b) En déduire l'ensemble de solution de l'inéquation : $\frac{3x-6}{2x+3} < \frac{4-7x}{2x-2}$

★★★★☆ EXERCICE 14 (Pour finir) (1)

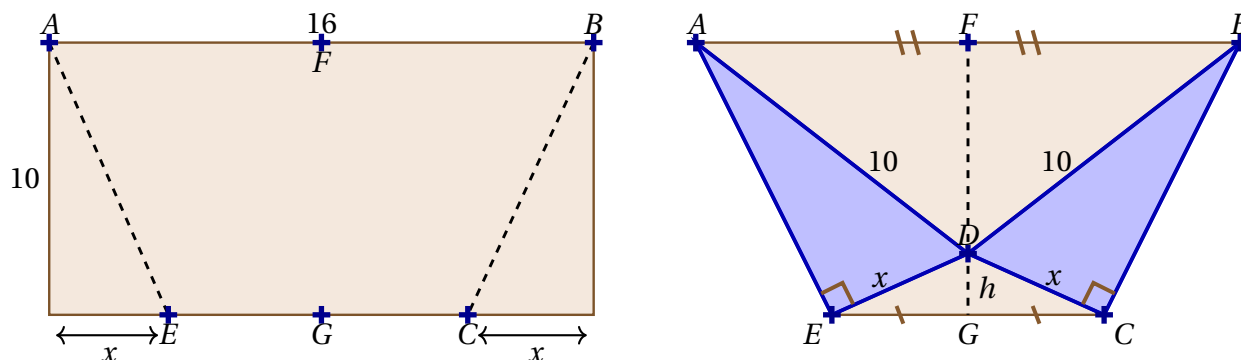
Résoudre les inéquations suivantes :

- | | |
|---|--|
| 1. $\frac{1}{1-x} < \frac{1}{1+x}$ | 5. $\frac{5x+1}{2x-1} + \frac{3x+3}{x+1} \geq 0$ |
| 2. $\frac{-(2x+1)^2}{(4x-3)(1-2x)} \leq 0$ | 6. $\frac{2x-4}{4x+1} \leq \frac{3x+5}{6x}$ |
| 3. $\frac{3x-2}{6} + \frac{1}{3} \leq \frac{1}{4} + \frac{5x}{2}$ | 7. $\frac{x^2-5}{2x^2+2\sqrt{3}x+1} \leq 0$ |
| 4. $(3x-4)(5-2x) \geq (4x-10)(2-3x)$ | |

E - Problèmes

★★★★☆ EXERCICE 15 (Pliage) (1)

À partir d'une feuille rectangulaire de 10cm par 16cm on plie les coins du rectangle de manière à ce que les coins des sommets inférieurs du rectangle se touchent au point D.



La droite (FG) est axe de symétrie de la figure.

Après pliage : $EC = 16 - 2x$, $ED = CD = x$ en cm. De plus, on pose $GD = h$.

1. (a) Exprimer EG en fonction de x .
 (b) En utilisant le triangle rectangle EGD , montrer que l'on a : $x = \frac{h^2 + 64}{16}$.
2. (a) Exprimer DF en fonction de h .
 (b) En utilisant le triangle rectangle AFD , montrer que h est solution de l'équation $(10 - h)^2 = 36$.
 (c) Résoudre cette équation, puis donner la valeur de x permettant d'obtenir ce pliage.

★★★☆☆ EXERCICE 16 (Une équation diophantienne) ⌚

Voici un problème posé par *Diophante*, mathématicien grec du III^{ème} siècle.

Trouver deux entiers dont la somme
est 20 et le produit 96.

On note x et y les deux nombres cherchés.

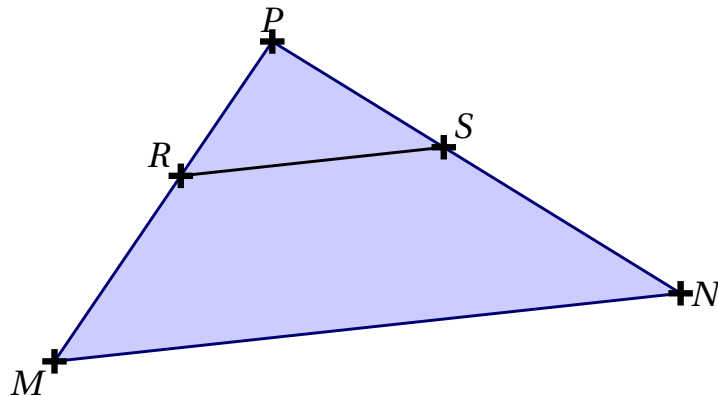
1. À partir de la valeur de la somme, exprimer y en fonction de x .
2. À partir de la valeur du produit, montrer que x doit être solution de l'équation $x^2 - 20x + 96 = 0$.
3. (a) Montrer que $x^2 - 20x = (x - 10)^2 - 100$.
 (b) En utilisant ce résultat, résoudre l'équation $x^2 - 20x + 96 = 0$ et donner la solution du problème.

★★★☆☆ EXERCICE 17 (Équation à paramètre) ⌚

On considère l'équation $2(m - 1)x - m(x - 1) = 2m + 3$ où x est l'inconnue et m est un réel fixé. Cette équation admet-elle une solution quelle que soit la valeur de m ?

★★★☆☆ EXERCICE 18 (Encore un peu de géométrie...) ⌚

On considère MNP un triangle, R et S les points des côtés $[PM]$ et $[PN]$, tels que $PS = 7$ et $SN = 13$ et $RM = 9$. Les droites (RS) et (MN) sont parallèles.



1. Montrer que la longueur x du segment $[PR]$ est solution de l'équation $\frac{x}{x + 9} = \frac{7}{20}$.
2. Résoudre cette équation et donner la valeur exacte de la longueur du segment $[PR]$.

★★★☆☆ EXERCICE 19 (Une histoire d'inverse) ⌚

Déterminer les réels x tels que la fraction $\frac{5 + x}{3 + x}$ soit égale à quatre fois son inverse.

★★★★☆ EXERCICE 20 (Une histoire d'œufs (FFJM)) ⌚

Le fermier a vendu 100 œufs en tout, de poules et de canes.

Son ami, lui dit avoir constaté que les deux catégories d'œufs ont rapporté exactement la même somme, mais ajoute que si les œufs de poules avaient été vendus au prix des œufs de canes, la vente des œufs de poules auraient

rapporté 45 euros, tandis que si les œufs de canes avaient été vendus au prix des œufs de poules, la vente des œufs de canes n'aurait rapporté que 20 euros.

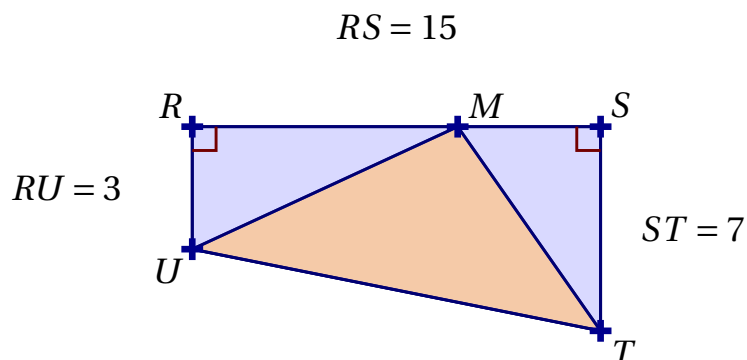
Quel était le prix d'un œuf de cane, en centimes d'euros?

★★★★☆ EXERCICE 21 (Casse tête) ⌚

Un artisan doit découper une plaque de métal $RSTU$, qui a la forme d'un trapèze rectangle, en trois triangles RMU , MTS et MUT où M est un point de $[RS]$.

Mais il doit respecter les contraintes suivantes : l'aire du triangle MTS doit être supérieure ou égale à celle du triangle RMU et inférieure ou égale à celle du triangle MUT .

Déterminer les longueurs MS possibles pour réaliser cette découpe.



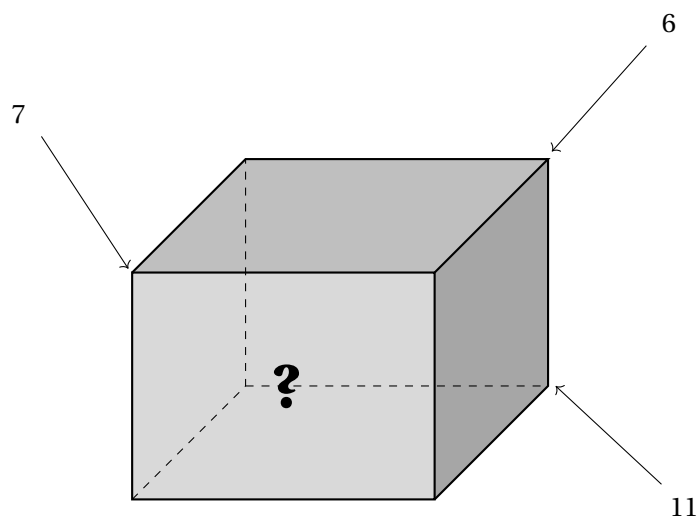
★★★★☆ EXERCICE 22 (Un vieux dé (FFJM)) ⌚

Un matelot a trouvé un vieux dé dans son filet de pêche. L'eau de mer a complètement détruit les nombres sur ses faces. Il ne reste que quelques marques près de trois sommets de ce dé : 6, 7 et 11.

Chaque marque donne la somme des nombres des trois faces qui se rencontrent en ce sommet.

Quel était le nombre correspondant à la face marquée d'un point d'interrogation?

On précise que les faces de ce dé portaient chacun des nombres de 1 à 6



VRAI OU FAUX ?



a) 5 est solution de l'équation $3x - 5 = 10$

☐ ☐

b) $S = \{7\}$ est l'ensemble des solutions de l'équation : $4(x - 2) = 2x + 6$

☐ ☐

c) L'équation $5x + 8 = 5x - 3$ admet au moins une solution

☐ ☐

d) $S = \{3\}$ est l'ensemble de solution de l'équation : $(2x - 6)(x + 5) = 0$

☐ ☐

e) -2 est solution de l'équation $\frac{2x+4}{x-1} = 0$

☐ ☐

f) L'équation $\frac{x+1}{x+1} = 2$ admet au moins une solution

☐ ☐

g) L'équation $\frac{(x-1)(x+2)}{x-5} = 0$ admet pour solutions $x = 1$ et $x = -2$

☐ ☐

h) L'inéquation $2x - 1 < 2x + 3$ est vraie pour tout réel x

☐ ☐

i) $S =]-\infty, 2[$ est l'ensemble des solutions de l'équation : $5 - 2x > 1$

☐ ☐